

Introduction

Dédou

Février 2011

Approcher π

Un truc qu'on fait tout le temps, c'est "approcher".
On écrit par exemple

$$\pi \sim 3.1416 .$$

Ca n'a pas un sens mathématique précis

Les mathématiciens considèrent, un peu à juste titre, que ça ne sert à rien d'approcher si on ne sait rien sur l'erreur.

Encadrer π

Dans l'exemple, l'erreur, c'est

$$E := 3.1416 - \pi$$

et ce qu'on sait sur cette erreur, c'est

un *encadrement*, comme

$$0 \leq E \leq 0.00005$$

ou alors une *majoration*, comme

$$|E| \leq 0.00001.$$

Au total, ce qu'on a, c'est un encadrement de π :

$$3.14155 \leq \pi \leq 3.1416 \quad \text{ou alors} \quad 3.14159 \leq \pi \leq 3.14161$$

Pour π on connaît de bien meilleurs encadrements (voir par exemple ici :

<http://trucsmaths.free.fr/images/pi/pi2400.htm>).

Les deux faces de l'approximation

L'activité d'approximation comporte donc deux volets :

- identifier un procédé pour fabriquer une ou des approximations
- dire ce qu'on peut sur l'erreur (majoration ou encadrement).

C'est ce qu'on va faire dans ce cours pour les fonctions :

- Approcher des fonctions compliquées par des fonctions simples ;
- d'abord par des fonctions linéaires (affines)
- et plus tard par des polynômes.
- Le clou de l'affaire c'est **la formule de Taylor**.