

Les fonctions

Dédou

Février 2011

Nos fonctions

En gros ce sont les fonctions de Terminale, comme par exemple

$$x \mapsto 3x^2 + 1 - \cos 2x. \ln(e^x + x^{-e}).$$

Exo 1

Ecrivez une autre fonction.

Recettes de fonctions

- a) Choisir trois nombres a, b, c et former le trinôme
 $x \mapsto ax^2 + bx + c$.
- b) Choisir deux fonctions et former la somme (variantes : la différence, le produit, le quotient).
- c) Choisir une fonction et former son logarithme (variantes : son exponentielle, son cosinus, son sinus).
- d) Choisir une fonction et un nombre a , et élever la fonction à la puissance a .
- e) En composant ces recettes, on obtient par exemple

$$x \mapsto 3x^2 + 1 - \cos 2x \cdot \ln(e^x + x^{-e}).$$

Somme et produit de fonctions

La somme de f et de g , c'est la fonction $x \mapsto f(x) + g(x)$

Exemple

La somme de la fonction exponentielle et de $x \mapsto x^2$, c'est $x \mapsto e^x + x^2$.

Exo 2

Quel est le produit de la fonction sinus et de la fonction $x \mapsto x^3 + 1$?

On a aussi

la fonction valeur absolue : $x \mapsto |x|$, qui n'est pas dérivable et

la fonction partie entière : $x \mapsto [x]$, qui n'est même pas continue.

Exo 3

Ecrivez une autre fonction non dérivable.

Domaine de définition

Beaucoup de nos fonctions, à commencer par \ln , ou $x \mapsto 1/x$ ne sont pas partout définies.

On peut écrire $\ln :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

mais aussi $\ln : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_\perp$.

on ajoute à \mathbb{R} la nouvelle valeur \perp (pour "pas défini"), et on note \mathbb{R}_\perp l'ensemble obtenu

et puis pour $x \leq 0$, on pose $\ln x = \perp$.

Le domaine de définition (DD) de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_\perp$ est

$\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \neq \perp\}$.

Fonctions puissances

Pour chaque réel a , il y a une fonction puissance

$$x \mapsto x^a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+.$$

Elle n'ont pas toutes le même DD.

Exemples

Le DD de $x \mapsto x^e$ est $[0, +\infty[$, et celui de $x \mapsto x^{-\pi}$ est $]0, +\infty[$.

Exo 4

Quel est le DD de $x \mapsto x^\pi$?

Variations des puissances

Il faut savoir comment varie le graphe de $x \mapsto x^a$ quand a décrit \mathbb{R} .
Ca se voit sur un dessin (animé de préférence).