

Combinaisons linéaires

Dédou

Septembre 2010

Mon premier exemple de combinaison linéaire

Considérons les trois vecteurs de \mathbb{R}^3

$$A := (1, 0, 0) \quad B := (0, 1, 0) \quad C := (2, -3, 0).$$

On a

$$2A - 3B = C$$

et on dit que

C est **combinaison linéaire** de A et B .

Dans cette combinaison linéaire,

- A et B sont les vecteurs combinés et
- 2 et -3 sont les coefficients.

Mon deuxième exemple de combinaison linéaire

Considérons les trois équations linéaires :

$$A := (x + 2y = 3) \quad B := (3x - y = 0) \quad C := (-7x + 7y = 6).$$

On a

$$2A - 3B = C$$

et on dit que

C est **combinaison linéaire** de A et B .

Dans cette combinaison linéaire,

- A et B sont les équations combinées et
- 2 et -3 sont les coefficients.

Mon troisième exemple de combinaison linéaire

Considérons les quatre vecteurs de \mathbb{R}^2 :

$$A := (1, 1) \quad B := (2, 2) \quad C := (3, 3) \quad D := (13, 13).$$

On a

$$D = A + 2B + 3C$$

et on dit que

D est **combinaison linéaire** de A , B et C .

Dans cette combinaison linéaire,

- A , B et C sont les vecteurs combinés et
- 1, 2 et 3 sont les coefficients.

Ton premier exemple de combinaison linéaire

Exo 1

Délivre ta première combinaison linéaire, en précisant qui sont les objets combinés et qui sont les coefficients.

Calculer une combinaison linéaire

Une combinaison linéaire, ça se calcule.

Exemple

La combinaison linéaire de $(0, 2)$ et $(3, 0)$ à coefficients 4 et 5 vaut $(15, 8)$.

Exo 2

Calcule la combinaison linéaire de $(1, 2)$ et $(3, -1)$ à coefficients 2 et -1 .

Combinaison linéaire abstraite

Considérons quatre vecteurs M, A, B, C dans notre espace vectoriel favori (\mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 par exemple).

On dit que M est combinaison linéaire de A, B et C ssi

M est de la forme $aA + bB + cC$, avec a, b, c réels.

On sait dire ça de trois autres façons :

- on peut trouver trois nombres a, b, c vérifiant $M = aA + bB + cC$,
- il existe trois réels a, b, c vérifiant $M = aA + bB + cC$.
-

$$\exists a, b, c \in \mathbb{R}, M = aA + bB + cC.$$

La dernière version est dite formelle : ce n'est qu'un abrégé de la précédente.