

Mathématiques, Université de Reims, BP 1039, F51687 Reims Cedex,
France, andre.unterberger@univ-reims.fr

**THÉORIE SPECTRALE: LA CONJECTURE DE
RAMANUJAN-PETERSSON POUR LES FORMES DE
MAASS**

ANDRÉ UNTERBERGER, UNIVERSITÉ DE REIMS, CNRS UMR9008

ABSTRACT. La conjecture est issue d'une question de Ramanujan sur la taille des coefficients de Fourier d'une forme modulaire. A son époque, on ne connaissait pas d'autres formes modulaires que celles dites aujourd'hui "de type holomorphe" et, sous cette forme, la conjecture fut résolue en 1973 par un théorème de Deligne. Ce théorème allait au-delà de la question citée puisqu'il prouvait en même temps des conjectures d'André Weil de l'arithmétique diophantienne: il utilisait pleinement les ressources de l'école de Grothendieck. Pour les formes de Maass — alias les formes de type non-holomorphe — la question est restée ouverte depuis cette date, malgré un assez grand nombre de travaux tentant de se rapprocher de la conjecture, tous basés sur la théorie des représentations dans le domaine adélique (théorie de Langlands). La preuve que j'en donnerai (qui marche d'ailleurs aussi, *mutatis mutandis*, pour les formes de type holomorphe, donnant une preuve très courte dans ce cas) est une preuve de théorie spectrale. Elle met en jeu la théorie des distributions modulaires, un analogue (inspiré par l'analyse pseudodifférentielle) de la théorie des formes modulaires dans lequel l'analyse s'effectue dans le plan, plutôt que dans le demi-plan hyperbolique.