Séminaire de Probabilités et Statistiques

Mardi 27 Juin à 14h00

Laboratoire Dieudonné
Salle de Conférences

Bertrand Eynard

(IPHT CEA Saclay et CRM Montréal)

Des asymptotiques des grandes Matrices aléatoires aux invariants en géometrie algébrique.

Dans la limite de grande taille, la densité des valeurs propres d'une matrice aléatoire tend vers une fonction algébrique appelée "densité d'équilibre" $\rho(x)$, satisfaisant une équation $P(x, \rho(x)) = 0$ avec $P(x, y)$ un polynôme. Par exemple pour la loi Gaussienne, il s'agit du demi-cercle de Wigner $y^2 = 4 - x^2$. A toute loi de matrice aléatoire on associe donc une courbe algébrique $P(x, y) = 0$. Chacun des termes du développement asymptotique en puissances de $1/N$, de la densité moyenne de valeurs propres et des corrélations, tend alors vers une fonction algébrique, qui peut s'exprimer, de facon universelle en termes de P. On peut alors généraliser : étant donnée une courbe algébrique arbitraire, d'équation $P(x, y) = 0$, en utilisant les mêmes formules universelles que pour les matrices aléatoires, on peut definir une "pseudo-loi" de probabilité et des "corrélations". On appelle celles-ci les "invariants" de la courbe algébrique, ce sont des formes différentielles méromorphes sur la courbe. Cette méthode, appelée "récurrence topologique" associe à toute courbe algébrique un ensemble d'invariants. Il se trouve que de nombreux invariants de géometrie énumérative, comme les invariants de Gromov-Witten, les invariants de noeuds (polynômes de Jones, Alexander, Homfly, LMO, Khovanov, Kontsevich, Weil-Petersson...) sont des cas particuliers de ces invariants (c'est souvent une conjecture, parfois démontrée ou pas, et vérifiée empiriquement).